



RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar
DOI - REDIB - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

Title: Control robusto adaptable para sistema no inercial: acrobot sobre un carro

Authors: TREJO-SOSA, Laura Elena y ALAZKI, Hussain

Editorial label ECORFAN: 607-8695

BCIERMMI Control Number: 2019-270

BCIERMMI Classification (2019): 241019-270

Pages: 16

RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.

143 – 50 Itzopan Street
La Florida, Ecatepec Municipality
Mexico State, 55120 Zipcode
Phone: +52 1 55 6159 2296
Skype: ecorfan-mexico.s.c.
E-mail: contacto@ecorfan.org
Facebook: ECORFAN-México S. C.

Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.org

Holdings

Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua

- Introducción
- Modelo Matemático del Acrobot sobre un carro
 - A. Diseño del Controlador Adaptable
- Simulación de Resultados
- Conclusión
- Referencias

Introducción

- ❑ El péndulo invertido sobre un carro es un ejemplo clásico no lineal de un sistema sub-actuado (*T. Hermi, et al, 2009*).
- ❑ **Péndulo invertido:** marco de referencia inercial y marco de referencia no inercial (*E. Tocaci, 2012*).
- ❑ **Algunas configuraciones de los péndulos:** Péndulo simple, péndulo rotatorio, péndulo Foucault, Péndulo sobre un carro, péndulo doble (*J. Rubi, et al., 2002*).

Introducción

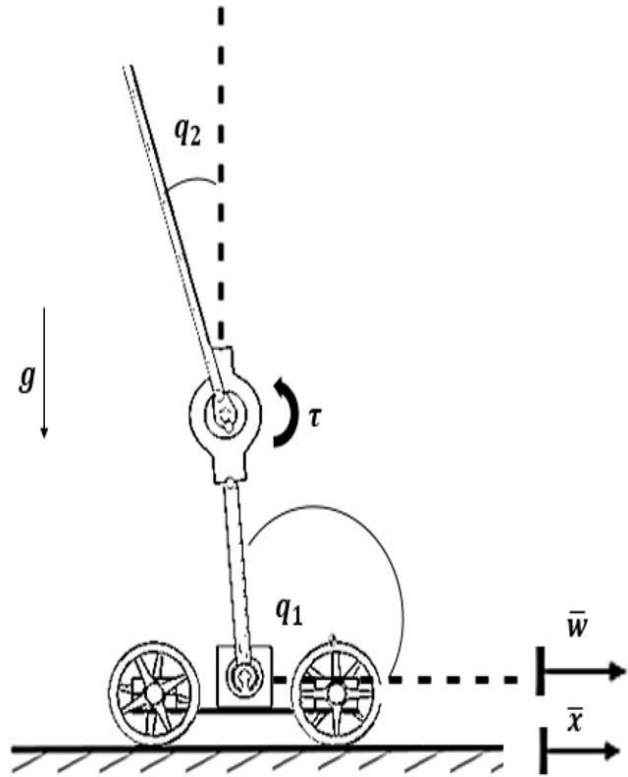
- ❑ **Péndulo doble** (*Spong, et al., 1995*): Pendubot y Acrobot.

- ❑ Métodos de control enfocados en las tareas de postura y/o balance.

- ❑ **Control Robusto:**
 - SMC** Sliding Mode Control – Control por Modos Deslizantes (*J. Slotine, et al., 1983*).
 - ST** Super-Twisting – Super Torsión.
 - Second ASMC** Second Adaptive Sliding Mode Control Law – Segunda ley de Control Adaptable por Modos Deslizantes (*V. Utkin, et al., 2013*).

Modelo Matemático del Acrobot sobre un carro

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Q \quad (1)$$



\bar{w} = Aceleración horizontal del carro.

x = Desplazamiento horizontal del carro.

q_1 = Ángulo entre el eslabón 1 y la horizontal.

q_2 = Ángulo entre el eslabón 2 y el eslabón 1.

g = Aceleración gravitacional.

m_1, m_2 = Masas de los eslabones 1 y 2.

L_1, L_2 = Longitudes de los eslabones 1 y 2.

l_{c1}, l_{c2} = Distancia del eje del centro de masa de los eslabones 1 y 2.

$I_{1,zz}, I_{2,zz}$ = Momentos de inercia de los eslabones 1 y 2.

Figura 1 Péndulo Acrobot sobre un carro en un marco de referencia no inercial. Fuente: Elaboración propia.

Modelo Matemático del Acrobot sobre un carro

Matriz de inercia $M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$

$$M_{11} = m_2 L_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_{c2}^2 + I_{1,zz} + I_{2,zz} + 2m_2 L_1 l_{c2} \cos(q_2)$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2 l_{c2}^2 + I_{2,zz} + m_2 L_1 l_{c2} \cos(q_2)$$

$$M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_{2,zz}$$

Matriz de Coriolis y Fuerzas centrípetas $C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -2\phi\dot{q}_2 & -\phi\dot{q}_2 \\ \phi\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\phi = m_2 L_1 l_{c2} \sin(q_2)$$

Modelo Matemático del Acrobot sobre un carro

El vector de Gravedad es $G(q) = [(h_1 + h_2) \quad h_2 g]^T$

$$h_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 L_1) \cos(q_1)$$

$$h_2 = m_2 l_{c2} \cos(q_1 + q_2)$$

Vector de fuerzas generalizadas $Q = [\delta_1 \quad \tau + \delta_2]^T$

$$\delta_1 = [(m_1 l_{c1} + m_2 L_1) \sin(q_1) + m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2)] \bar{w}$$

$$\delta_2 = [m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2)] \bar{w}$$

donde $\tau \in \mathbb{R}$ es el torque de entrada, y $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$ son los efectos no inerciales.

Modelo Matemático del Acrobot sobre un carro

Espacio del estado

$$\begin{aligned}x &:= [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T \\ &= [x_1, x_2, x_3, x_4]^T\end{aligned}\quad (2)$$

La dinámica del Péndulo es dada por

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ f_1(t, x(t)) + \bar{M}_{12}u(t) \\ f_2(t, x(t)) + \bar{M}_{22}u(t) \end{bmatrix}\quad (3)$$

$$f_1(t, q(t)) = \bar{M}_{11}(\delta_1 + \mu_1) + \bar{M}_{12}(\delta_2 + \mu_2)$$

$$f_2(t, q(t)) = \bar{M}_{12}(\delta_1 + \mu_1) + \bar{M}_{22}(\delta_2 + \mu_2)$$

$$\mu_1 = -\phi\dot{q}_2^2 - 2\phi\dot{q}_1\dot{q}_2 + (h_1 + h_2)g$$

$$\mu_2 = \phi_1\dot{q}_1^2 + h_2g$$

$$\bar{M}_{11} = \frac{M_{22}}{M_{11}M_{22} - M_{12}^2}$$

$$\bar{M}_{12} = \bar{M}_{21} = \frac{-M_{12}}{M_{11}M_{22} - M_{12}^2}$$

$$\bar{M}_{22} = \frac{M_{11}}{M_{11}M_{22} - M_{12}^2}$$

Modelo Matemático del Acrobot sobre un carro

Condición inicial

$$\mathbf{x}(0) = (x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) = \left(\frac{\pi}{2}, 0, 0, 0\right) \quad (4)$$

Variable deslizante elegida

$$s := c_1 x_1 + c_2 x_2 + x_3 + x_4, \quad c_1, c_2 > 0 \quad (5)$$

Diseño del Control Adaptable

$$\begin{aligned}\dot{s} &= f_1(x, t) + f_2(x, t) + c_1 x_3 + \cdots + c_2 x_4 + (\bar{M}_{12} + \bar{M}_{22})u(t) \\ &= \varphi(x, t) + c_1 x_3 + c_2 x_4 + \bar{M}\tau\end{aligned}$$

donde $\bar{M} = \bar{M}_{12} + \bar{M}_{22}$, y los efectos no deseados $f_1(x, t) + f_2(x, t)$ se agrupan

$$\varphi(x, t) := f_1(x, t) + f_2(x, t)$$

La propuesta del control $\tau(t)$

$$\tau(t) = -\frac{1}{\bar{M}}(u + c_1 x_3 + c_2 x_4), \quad c_1, c_2 > 0$$

Diseño del Control Adaptable

$$u(s, t) = -K(t) \left(1 + \lambda \sqrt{\|x\|^2 + \epsilon} \right) \text{sign}(s(x)) \quad (6)$$

donde la ganancia $K(t)$ puede variar en un rango de $[\eta, k^+]$, $\eta > 0$ es un mínimo valor de K , $\lambda \geq 0, \epsilon > 0$. El parámetro ϵ es introducido para obtener solo valores positivos para K .

El control $\tau(t)$

$$\tau(t) = -\frac{1}{\bar{m}} (K(t) \left(1 + \lambda \sqrt{\|x\|^2 + \epsilon} \right) * \text{sign}(s) + c_3 x_3 + c_4 x_4) \quad (7)$$

Simulación de Resultados

Notación	Valor numérico	Notación	Valor numérico
m_1	0.265kg	l_{c1}	0.103m
m_2		l_{c2}	
L_1	0.206m	$I_{1,zz}$	2.3428×10^{-4} kgm^2
L_2		$I_{2,zz}$	
c_1	1	c_2	3
η	0.001	\bar{w}	$0.5m/s^2$
k^+	3	g	$9.81m/s^2$
λ	3.2	ϵ	0.003
P	-0.0115	c_3, c_4	1
I	-0.0017	D	-0.0183

Tabla 1 *Parámetros para la simulación del Péndulo Acrobot sobre un carro del control ASMC y el PID. Fuente: Elaboración propia.*

Simulación de Resultados

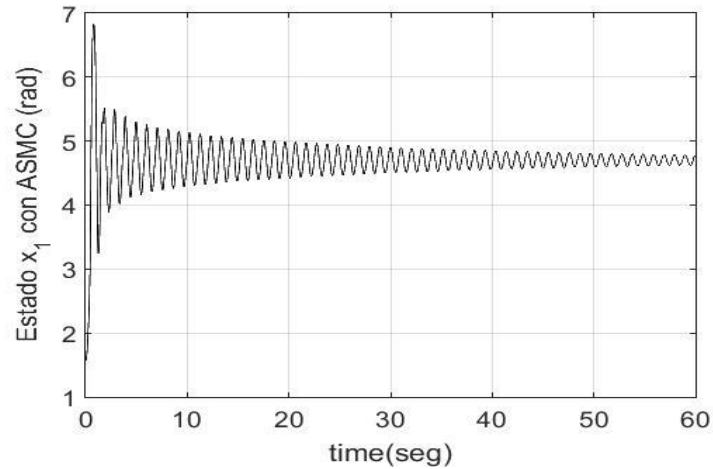


Figura 2 Respuesta del estado x_1 con ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro. Fuente: Elaboración propia.

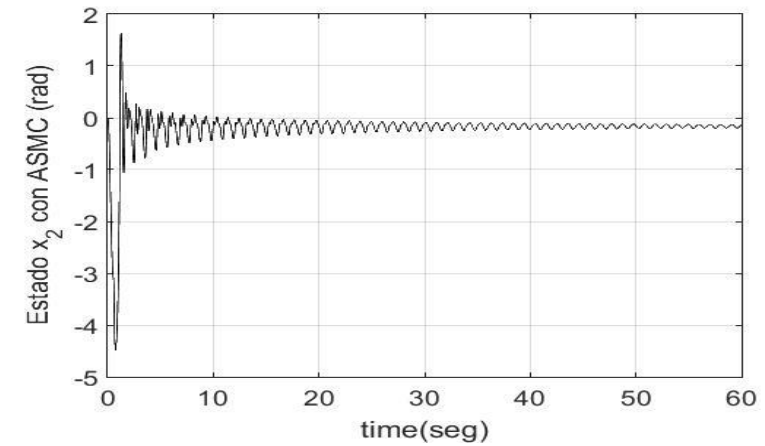


Figura 3 Respuesta del estado x_2 con ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro. Fuente: Elaboración propia.

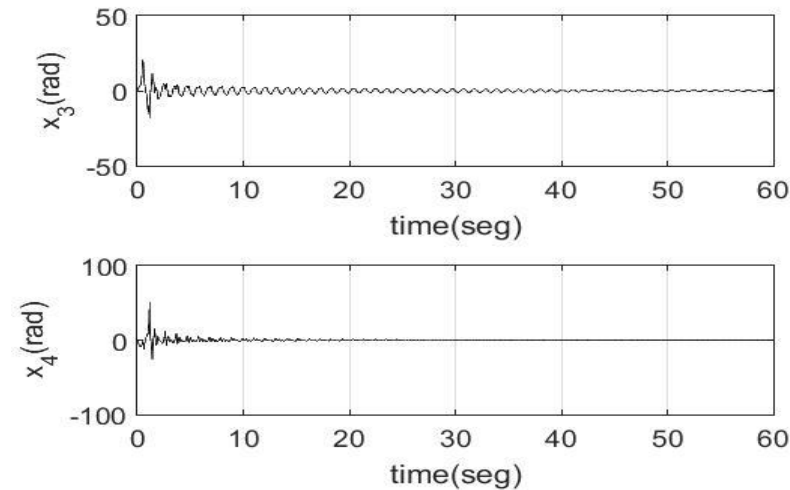


Figura 4 Respuesta de los estados x_3 y x_4 con ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro. Fuente: Elaboración propia.

Simulación de Resultados

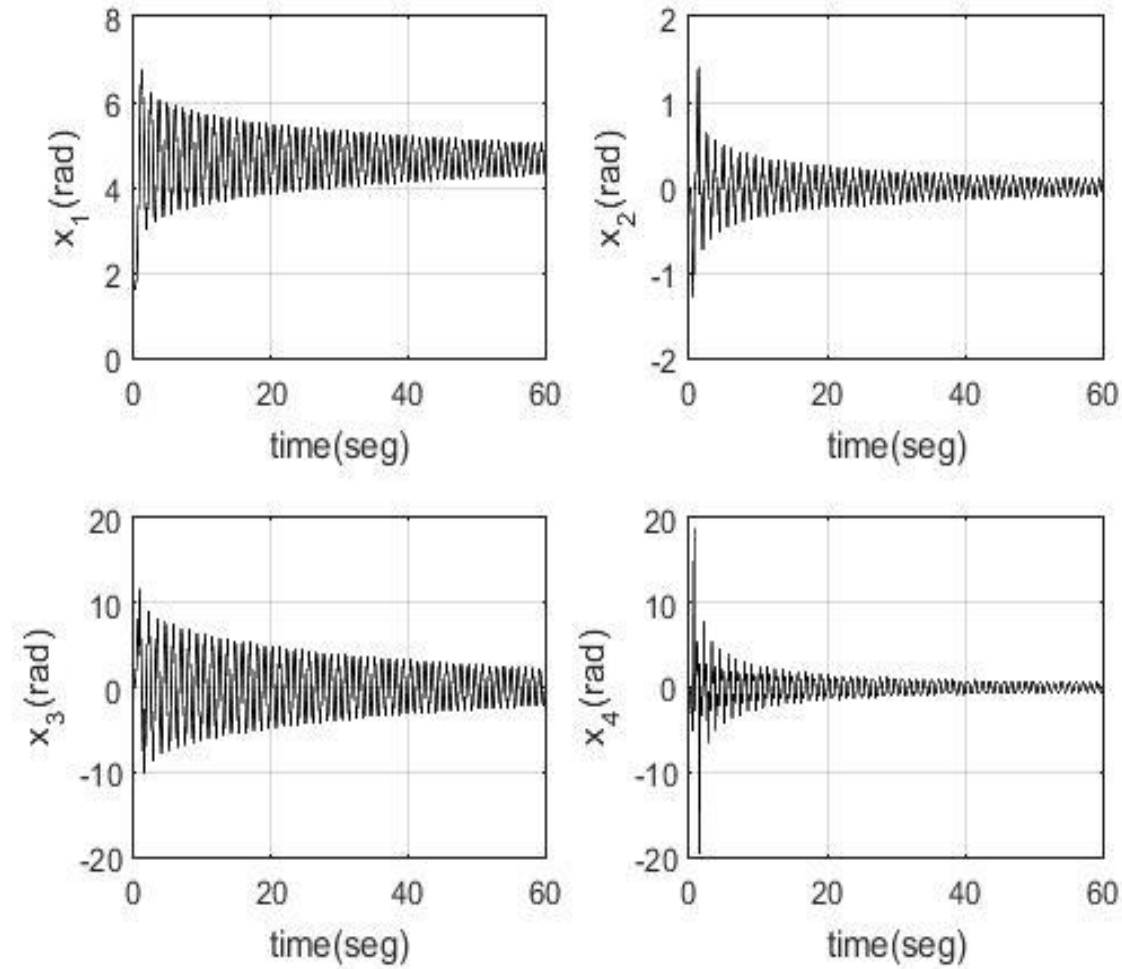


Figura 5 *Respuesta de los estados del Péndulo Acrobot sobre un carro con PID . Fuente: Elaboración propia.*

Simulación de Resultados

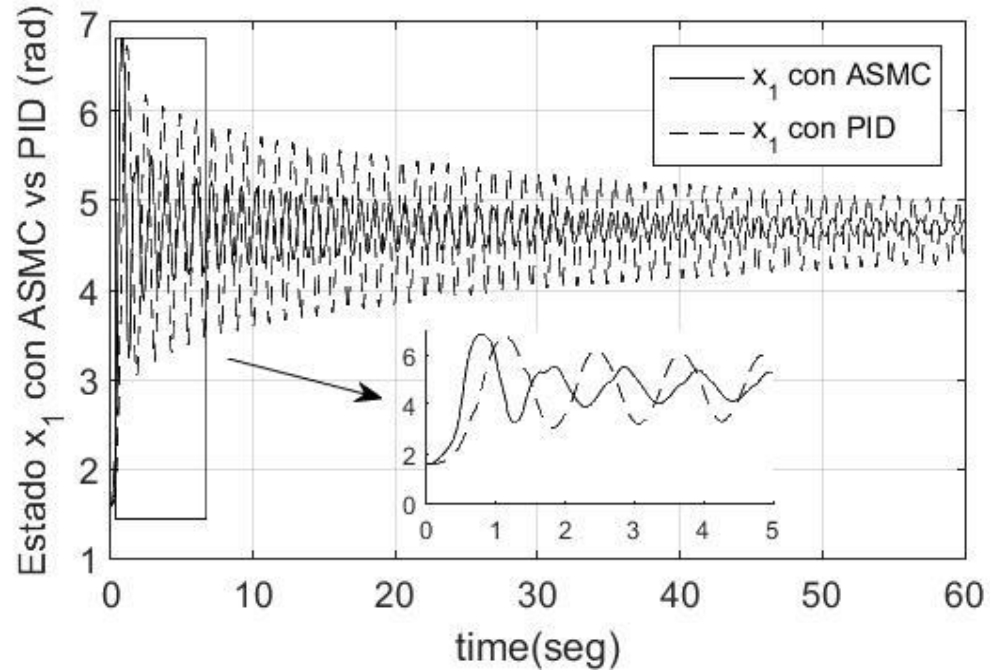


Figura 6 Comparación de la respuesta del estado x_1 aplicando ASMC y PID al Péndulo Acrobot sobre un carro.
Fuente: Elaboración propia.

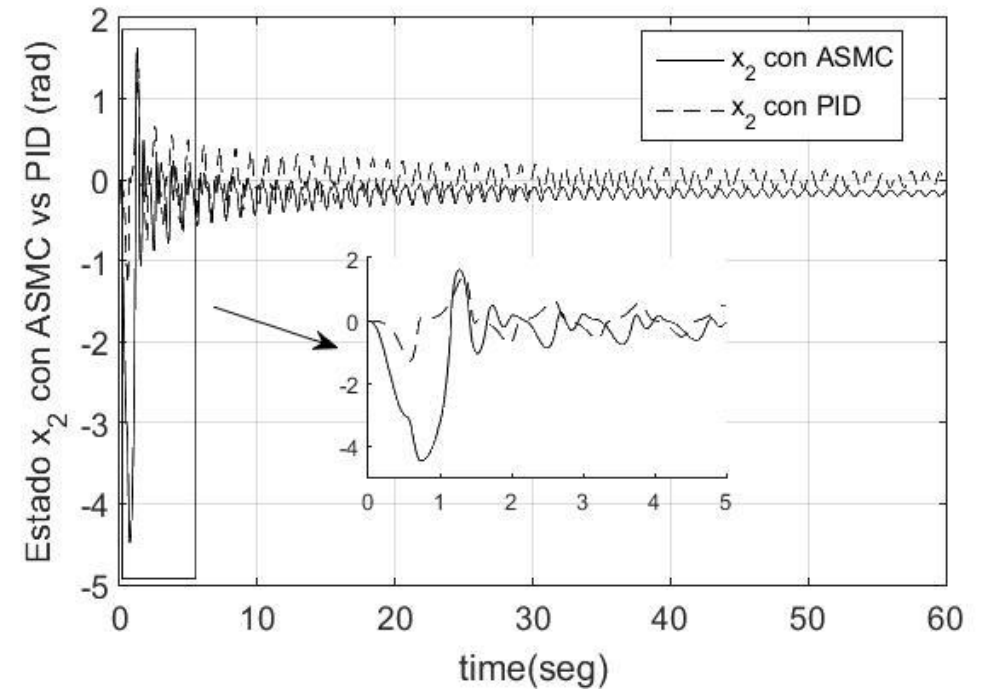


Figura 7 Comparación de la respuesta del estado x_2 aplicando ASMC y PID al Péndulo Acrobot sobre un carro.
Fuente: Elaboración propia.

Conclusión

En este trabajo se presentó un modelo matemático a partir del Lagrangiano seguido de las matrices correspondientes al Espacio del estado para el Acrobot sobre un carro en un marco de referencia no inercial. Además, el diseño del Control Adaptable por Modos Deslizantes fue implementado para estabilizar al sistema en suposición invertida. En la simulación mediante la plataforma de Simulink del software de Matlab[®], se visualizó el comportamiento del sistema no inercial con la metodología adaptable, la cual fue comparada con la respuesta de un control PID, y los resultados mostraron robustez cuando se aplicó el ASMC al rechazar los efectos no inerciales no deseados.

Referencias

Henmi, T., Deng, M., & Inoue, A. (2009). Swing-up controller for the acrobot using skill of human movements. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 6(3), 222-229.

Rubi, J., Rubio, A., & Avello, A. (2002). Swing-up control problem for a self-erecting double inverted pendulum. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 149(2), 169-175.

Spong, M. W., & Block, D. J. (1995, December). The pendubot: A mechatronic system for control research and education. . In *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, (Vol. 1, pp. 555-556). IEEE.

Slotine, J. J., & Sastry, S. S. (1983). Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators. *International journal of control*, 38(2), 465-492.

Tocaci, E. (2012). *Relativistic mechanics, time and inertia (Vol.8)*. Springer Science & Business Media.

Utkin, V. I., & Poznyak, A. S. (2013). Adaptive sliding mode control. In *Advances in sliding mode control* (pp. 21-53). Springer, Berlin, Heidelberg.



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/ booklets)